

DOI 10.26886/2311-4517.3(95)2024.1

УДК 621.391:519.728

ЕФЕКТИВНІСТЬ ОРТОГОНАЛЬНИХ ПЕРЕТВОРЕНЬ ПРИ ОБРОБЦІ БІОМЕДИЧНИХ ЗОБРАЖЕНЬ

Юрій Ломоносов, кандидат технічних наук, доцент

<https://orcid.org/0000-0002-6115-6194>

e-mail: lomonosov@ukr.net

Вячеслав Олійник, кандидат технічних наук, доцент

<https://orcid.org/0000-0001-7443-3720>

Олександр Каданер, асистент

<https://orcid.org/0009-0007-2494-3440>

Національний аерокосмічний університет ім. М.Є. Жуковського
"Харківський авіаційний інститут", Україна, Харків

Розглядаються можливі варіанти застосування найбільш відомих унітарних перетворень для обробки біомедичних зображень. Визначається, що перетворення Каруннена-Лоева є єдиним унітарним перетворенням, яке досягає повної декореляції довільного зображення, а також забезпечує найбільшу серед усіх унітарних перетворень ступінь концентрації енергії спектра. На основі приведених аналітичних виразів і шляхом чисельного моделювання проведений аналіз ефективності заданих перетворень за критерієм нерівномірності розподілу дисперсій коефіцієнтів перетворення, а також їх остаточній кореляції для заданого класу біомедичних зображень. Усі перетворення за ефективністю порівнювалися з показниками перетворення Каруннена-Лоева.

Аналіз отриманих результатів показав, що всі використані перетворення декорелюють вхідні дані, але в кореляційних

матрицях спектральних коефіцієнтів цих перетворень залишається кореляція в порівнянні з повністю діагональною матрицею перетворення Каруннена-Лоева.

Показано, що дисперсійний критерій дає можливість передбачити (спрогнозувати) відносну якість застосування різних ортогональних перетворень при компресії довільних даних і зображень.

Ключові слова: Ортогональні перетворення, біомедичні зображення, дисперсійний критерій.

PhD, Associate Professor, Lomonosov Yu. V., PhD, Associate Professor, Oliinyk V. M., Assistant, Kadaner O. O. Effectiveness of orthogonal transformations in biomedical image processing / National Aerospace University «Kharkiv Aviation Institute». Ukraine, Kharkiv

Possible options for using the most well-known unitary transformations for processing biomedical images are considered. It is determined that the Karunnen-Loev transformation is the only unitary transformation that achieves full decorrelation of an arbitrary image, and also provides the highest degree of spectrum energy concentration among all unitary transformations. On the basis of the given analytical expressions and by means of numerical modeling, an analysis of the effectiveness of given transformations was carried out according to the criterion of uneven distribution of variances of transformation coefficients, as well as their final correlation for a given class of biomedical images. All transformations were compared for efficiency with the Karunnen-Loev transformation.

The analysis of the obtained results showed that all used transformations decorrelate the input data, but in the correlation matrices of the spectral coefficients of these transformations there remains a

correlation compared to the fully diagonal Karunnen-Loev transformation matrix.

It is shown that the dispersion criterion makes it possible to predict (predict) the relative quality of the application of various orthogonal transformations in the compression of arbitrary data and images.

Key words: *Orthogonal transformations, biomedical images, dispersion criterion.*

Вступ. На поточний момент розвитку технологій, методів і алгоритмів стиску в системах компресії зображень найбільш розповсюдженими перетвореннями є перетворення Фур'є (ДПФ), косинусне перетворення (ДКП), перетворення Уолша - Адамара (ПУА) і перетворення Хаара (ДПХ). [1, с. 27-36; 2, с. 27-39; 3, с. 789-812]. Особливе місце в цьому ряду буде займати перетворення Каруннена-Лоева, яке має максимальну декореляцію спектральних коефіцієнтів на площині зображення.

Відомо, що перетворення, які виконують перерозподіл максимальної кількості інформації у найменшу кількість коефіцієнтів забезпечують найкращі кількісні і якісні показники компресії зображень.

Постановка задачі. Розглядається і проводиться порівняльний статистичний аналіз ефективності найбільш розповсюджених ортогональних перетворень, які застосовуються при компресії біомедичних зображень [1, с. 27-36; 4, с. 234-245].

Данні дослідження. Автоматична класифікація фрагментів.

У випадку перетворення Фур'є використовується пара ядер перетворення у вигляді

$$q(x, y, u, v) = \frac{1}{N^2} e^{-i2\pi(ux+vy)/N} \quad (1)$$

і

$$h(x, y, u, v) = e^{i2\pi(ux+vy)/N}, \text{ де } i = \sqrt{-1} \quad (2).$$

Не дивлячись на те, що перетворення Фур'є має багато корисних для аналізу властивостей, у нього є два суттєвих недоліки: по-перше, всі обчислення доводиться виконувати не з дійсними, а з комплексними числами, і по-друге ряди збігаються повільно, що важливо для задач кодування зображень. Погана збіжність перетворення Фур'є обумовлена стрибками яскравості зображень на кордонах контурів об'єктів, які приводять до появи в спектрі великих складових з високими просторовими частотами.

Більш простим в обчислювальному відношенні, і яке також застосовується у трансформаційному кодуванні, є перетворення Уолша – Адамара, яке отримують за допомогою функціонально ідентичних ядер

$$q(x, y, u, v) = h(x, y, u, v) = \frac{1}{N} (-1)^{\sum_{i=0}^{m-1} [b_i(x)P_i(u) + b_i(y)P_i(v)]}, \quad (3)$$

де $N=2^m$.

Дискретно косинусне перетворення (ДКТ) є одним, що найбільш часто застосовується для кодування біомедичних зображень. Для цього використовують наступну пару однакових ядер.

$$q(x, y, u, v) = h(x, y, u, v) = \alpha(u)\alpha(v) \cos\left[\frac{(2x+1)u\pi}{2N}\right] \cos\left[\frac{(2j+1)v\pi}{2N}\right], \quad (4)$$

$$\text{де } \alpha(u) = \begin{cases} \sqrt{1/N} & \text{для } u=0 \\ \sqrt{2/N} & \text{для } u=1, 2, \dots, N-1 \text{ і аналогічно для } \alpha(v). \end{cases}$$

Головною властивістю ДКП є його можливість гарно апроксимувати власні вектори тепліцевих матриць, що дозволяє даному перетворенню наблизитися до оптимального перетворення Каруннана-Лоева за своїми декорелюючими властивостями і зберегти

при цьому переваги швидких алгоритмів Фур'є [4, с. 453-461; 5, с.45-57].

Оптимальним з точки зору обчислювальних затрат, які припадають на одну ординату перетворення, є ортонормована система кусково-постійних функцій базиса Хаара, які мають наступний вигляд:

$$har(r, m, t) = \begin{cases} 2^{r/2}, \frac{m-1}{2} \leq t < \frac{m-1/2}{2^r} \\ -2^{r/2}, \frac{m-1/2}{2^r} \leq t < \frac{m}{2^r} \\ 0, \text{ при інших } t \in [0, 1] \end{cases}, \quad (5)$$

де $0 \leq r < \log_2 N$ і $1 \leq m \leq 2^r$, а $har(0, 0, t) = 1$, $t \in [0, 1]$.

Для створення ефективних методів квантування і кодування перетворених зображень необхідно знати статистичні властивості останніх. На рис. 1 представлено зображення мазку крові людини, яке буде використовуватися для наступних досліджень.

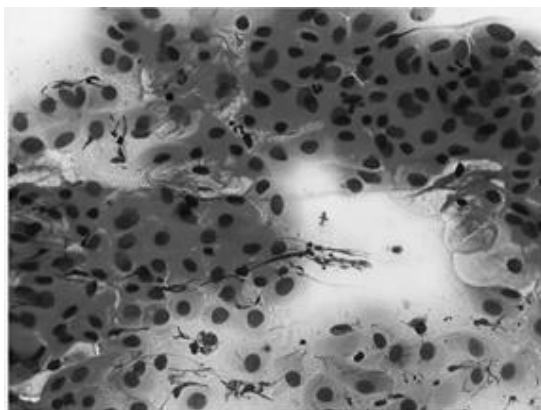


Рис.1. Тестове зображення мазку крові людини.

Якщо уявити, що масив елементів зображення $f(x, y)$ є реалізацією двовірного випадкового процесу з відомими математичним очікуванням і коваріційною функцією, то його спектр $T(u, v)$ (результат унітарного перетворення) також буде реалізацією випадкового

процесу, моменти якого можна визначити наступним чином. Математичне очікування $T(u, v)$:

$$E\{T(u, v)\} = \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} E\{f(x, y)\} q(x, y, u, v); \quad (6)$$

Коваріційна функція спектру $T(u, v)$:

$$K_T(u_1, v_1, u_2, v_2) = \sum_{x_1}^N \sum_{x_2}^N \sum_{y_1}^N \sum_{y_2}^N K_T(x_1, x_2, y_1, y_2) q(x_1, y_1, u_1, v_1) \times \\ \times q^*(x_2, y_2, u_2, v_2) \quad (7)$$

Дисперсія $T(u, v)$ буде дорівнювати:

$$\sigma_T^2(u, v) = K_T(u, v; u, v). \quad (8)$$

Однією з основних задач ортогонального перетворення є приведення його до повної декорельованої форми координат перетворення. Таким перетворенням є перетворення Каруннена-Лоева. Коваріційну функцію коефіцієнтів цього перетворення можна представити у вигляді:

$$K_T(u_1, v_1, u_2, v_2) = \sum \sum q^*(x_2, y_2, u_2, v_2) \lambda(u_1, v_1) q(x_2, y_2, u_1, v_1), \quad (9)$$

де $\lambda(u, v)$ - власні значення коваріційної матриці зображення.

Оскільки перетворення Каруннена-Лоева ортогональне, тобто

$$K_T(u_1, v_1, u_2, v_2) = \lambda(u_1, v_1) \sigma(u_1 - u_2, v_1 - v_2), \quad (10)$$

то коефіцієнти цього перетворення некорельовані між собою, а їх дисперсії дорівнюють відповідним власним значенням

$$\sigma_T^2(u, v) = \lambda(u, v), \quad (11)$$

Перетворення Каруннена-Лоева є єдиним унітарним перетворенням, яке досягає повної декореляції довільного зображення. В інших перетвореннях між спектральними

коефіцієнтами перетворення залишається деяка остаточна кореляція. Окрім того, перетворення Каруннена-Лоева забезпечує найбільшу серед усіх унітарних перетворень ступінь концентрації енергії спектра перетворення. На жаль, його коефіцієнти не фіксовані, а залежні від вхідних даних. Обчислення цих коефіцієнтів (власних векторів базиса перетворення) виконується повільно, як і знаходження самих перетворених величин (власних значень). В даній статті власні значення і власні вектори були отримані за допомогою програмного середовища Matlab. На основі приведених вище виразів, шляхом чисельного моделювання проведений аналіз ефективності того чи іншого перетворення за критерієм нерівномірності розподілу дисперсій коефіцієнтів перетворення, а також їх остаточній кореляції для заданого класу біомедичних зображень. Усі перетворення за ефективністю порівнювалися з показниками перетворення Каруннена-Лоева.

Для цієї мети вводиться поняття класу зображень, який визначається достатньо умовно, як при кодуванні зображень, так і в телебаченні. Під класом розуміють сукупність зображень, які дають якісно близькі результати, при застосуванні алгоритму компресії. Тестове зображення на рис. 1 можна віднести до класу природних зображень слабкої насиченості.

Аналіз отриманих результатів показує, що всі використані перетворення ДКП, ДПХ, ПУА декорелюють вхідні дані, але в кореляційних матрицях спектральних коефіцієнтів цих перетворень залишається кореляція в порівнянні з повністю діагональною матрицею перетворення Каруннена-Лоева.

В якості прикладу, на рис. 2 приведені значення матриць попарної кореляції коефіцієнтів косинусного перетворення (ДКП) і перетворення Хаара для тестового зображення мазку крові на рис. 1.

Так як ці матриці симетричні то надаються тільки їх верхні частини у формі трикутників. На головній діагоналі матриць розташовані дисперсії дисперсії спектральних коефіцієнтів

Тест	Korrel	cos														
2153,00	0,02	0,00	-0,21	-0,02	-0,22	-0,04	0,00	0,00	-0,01	-0,10	-0,02	0,01	-0,02	-0,11	-0,02	0,01
0,00	143,26	0,08	0,00	0,01	0,13	-0,02	0,01	-0,21	0,08	-0,08	0,01	0,01	-0,03	0,05	0,06	-0,05
0,00	0,00	103,64	-0,10	0,00	-0,03	0,01	-0,26	-0,10	0,08	-0,14	-0,04	0,09	-0,02	-0,03	0,00	-0,11
0,00	0,00	0,00	14,49	-0,01	0,10	-0,02	0,18	0,03	-0,14	0,13	-0,05	-0,20	0,11	0,04	0,05	-0,03
0,00	0,00	0,00	0,00	20,05	0,05	0,03	0,02	-0,01	0,08	0,06	-0,08	0,00	-0,10	-0,09	0,04	0,06
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	23,50	0,07	0,02	0,05	-0,03	0,07	0,03	-0,24	0,05	-0,01	0,12	-0,09
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	10,77	0,02	0,04	-0,02	0,03	-0,03	-0,07	-0,06	-0,05	0,09	-0,10
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	8,65	0,13	-0,04	-0,03	0,04	-0,11	0,03	-0,01	0,06	-0,10
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	7,54	0,01	0,04	-0,16	-0,08	-0,05	-0,08	-0,03	-0,01
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	5,86	0,18	0,00	0,06	-0,05	-0,06	-0,05	0,05
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	2,60	-0,08	-0,02	0,02	0,03	0,01	-0,02
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	2,89	-0,01	0,03	0,05	-0,01	0,02
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	3,68	-0,01	-0,02	-0,05	0,05
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	4,11	0,14	0,03	-0,05
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	6,32	-0,03	-0,02
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	3,63	-0,06
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	3,13

а)

Тест	Korrel	Haar														
2208,29	0,02	-0,13	0,14	-0,17	-0,01	0,05	0,10	0,00	-0,02	0,01	0,01	0,00	0,01	0,00	0,02	-0,09
0,00	113,91	0,62	0,54	0,25	0,57	0,53	0,12	0,06	0,09	0,07	0,05	0,07	0,06	0,05	0,07	-0,02
0,00	0,00	24,07	0,10	0,51	0,47	0,05	0,09	0,04	0,09	0,07	0,01	0,03	0,02	0,04	-0,01	-0,03
0,00	0,00	0,00	17,88	0,03	0,09	0,49	0,38	0,03	0,05	0,07	0,07	0,05	0,05	0,07	0,09	-0,06
0,00	0,00	0,00	0,00	5,55	0,02	0,03	0,03	-0,02	-0,01	-0,04	-0,08	-0,03	-0,02	0,01	-0,05	-0,12
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	5,64	0,04	0,02	0,03	0,04	0,03	0,02	-0,01	-0,02	-0,04	-0,02	0,03
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	5,87	-0,12	-0,03	-0,03	-0,01	0,01	0,06	0,07	0,02	0,04	-0,06
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	5,26	0,05	0,08	0,08	0,03	0,00	0,00	0,02	0,01	-0,04
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	12,30	0,84	0,70	0,62	0,53	0,45	0,41	0,37	0,46
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	13,17	0,85	0,71	0,61	0,54	0,48	0,44	0,42
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	13,06	0,86	0,75	0,63	0,56	0,50	0,30
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	13,17	0,85	0,70	0,62	0,55	0,25
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	13,86	0,82	0,70	0,62	0,21
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	12,86	0,85	0,72	0,18
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	13,36	0,84	0,18
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	12,36	0,17
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	2,61

б)

Рис. 2. Матриці попарної кореляції спектральних коефіцієнтів перетворень: а) косинусне (ДКП) і б) Хаара (ДПХ) для тестового зображення мазку крові.

З метою показу судження про корельованість випадкових величин безвідносно до їх розсіювання часто замість кореляційної матриці $\|K_{ij}\|$ користуються нормованою кореляційною матрицею $\|r_{ij}\|$, яка створена не з кореляційних моментів, а з коефіцієнтів кореляції $\|r_{ij}\|$ відповідно до виразу:

$$r_{ij} = \frac{K_{ij}}{\sigma_i \sigma_j}, \quad (12)$$

де $\sigma_i = \sqrt{D_i}$, $\sigma_j = \sqrt{D_j}$.

Усі діагональні елементи цієї матриці безумовно будуть дорівнювати одиниці. Усереднюючи оцінки нормованої кореляційної функції вдовж паралелі головної діагоналі матриці можна побудувати залежність зменшення ступеня кореляції між спектральними коефіцієнтами. Така залежність приведена на рис. 3.

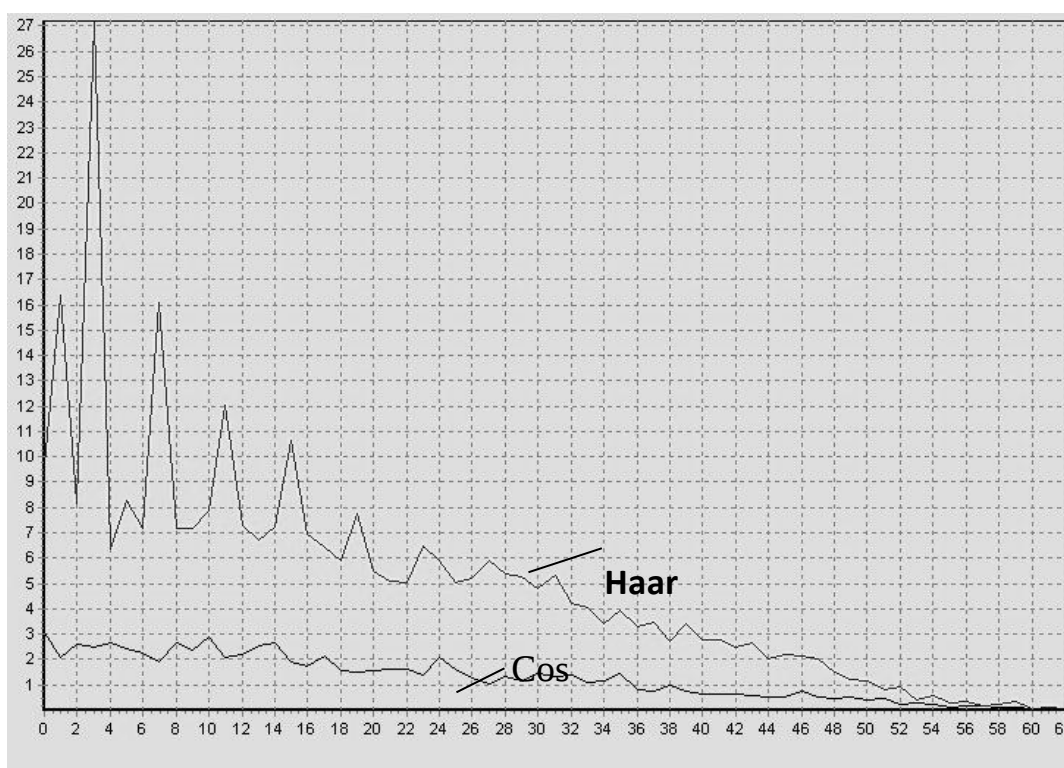


Рис.3. Графіки залежність зменшення ступеня кореляції між спектральними коефіцієнтами косинусного перетворення і перетворення Хаара для тестового зображення.

З графіків видно, що більш декорельованими є коефіцієнти косинусного перетворення. Така поведінка графіків зберігається для усіх розглянутих видів перетворень.

На рис. 4 приведені матриці значень дисперсій коефіцієнтів косинусного перетворення и перетворення Хаара для тестового зображення, а на рис. 5 – графіки розподілу цих дисперсій, які були отримані з – скануванням і графіки власних значень перетворення Каруннена-Лоева (КЛ).

Площина, яка обмежена кожною кривою для заданого числа коефіцієнтів відповідного перетворення, є мірою енергії, яка міститься у цих коефіцієнтів. Дисперсії можуть бути про нормовані до сліду своєї матриці тому, що відношення дисперсії до суми дисперсій (сліду) дає міру у відсотках середньоквадратичної помилки.

Test	cos									Haar								
	2153	143	23	11	6	4	3	2		2208	114	6	6	13	12	3	3	
	104	20	9	4	3	2	1	1		24	6	5	13	3	3	3	0	
	14	8	4	2	2	1	1	1		18	12	14	3	3	3	1	1	
	6	3	2	1	1	1	1	1		13	13	2	2	3	1	1	1	
	3	2	1	1	1	1	0	0		13	3	4	1	1	1	1	1	
	1	1	1	1	0	0	0	0		2	2	1	1	1	1	1	1	
	1	1	0	0	0	0	0	0		3	1	1	1	1	1	1	1	
	1	1	0	0	0	0	0	0		1	1	1	1	1	1	1	1	

Рис. 4. Дисперсії спектральних коефіцієнтів косинусного перетворення і перетворення Хаара для тестового зображення.

Як і очікувалось, найкращим з точки зору мінімізації середньоквадратичної помилки, яка дорівнює сумі відкинутих коефіцієнтів є перетворення Каруннена-Лоева, яке одночасно повністю декорелює вхідні дані.

Таким чином, матриця кореляційних моментів коефіцієнтів цього перетворення є діагональною. Спостерігається добре співпадіння графіків для косинусного перетворення і перетворення Каруннена-

Лоева, а графіки дисперсій перетворень Хаара і Уолша-Адамара, також практично не відрізняються.

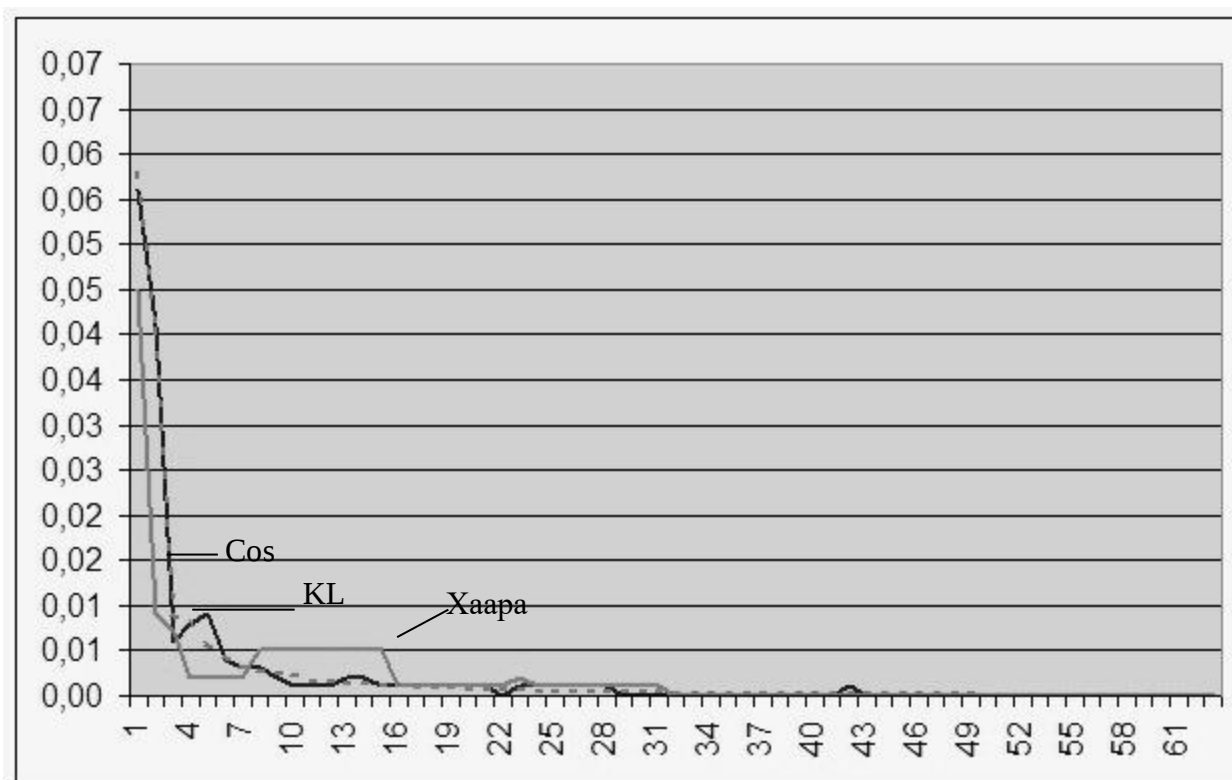


Рис. 5. Розподіл дисперсій спектральних коефіцієнтів відповідних перетворень для тестового зображення

Це означає, що надані перетворення розташовуються за ефективністю наступним чином: $KL \approx Cos > Хаара \approx Уолша-Адамара$.

Отримані результати достатньо добре співпадає з даними інших дослідників, які для аналізу в якості статистичній моделі зображень обрали двомірний марківський процес першого порядку, або схожі тестові зображення.

Висновки. З матеріалів порівняльного дослідження можна зробити наступні висновки:

- Дисперсійний критерій дає можливість передбачити (спрогнозувати) відносну якість різних ортогональних перетворень при компресії довільних даних і зображень.

- На вибір розмірності робочих матриць кодування впливають дві взаємно протилежних вимоги. З одного боку вигідно збільшувати розміри груп елементів, що одночасно кодуються для кращого використання зв'язків між ними. З іншої сторони, при цьому швидко зростають обчислювальні витрати і порушується однорідність сегментів зображення. Експерименти показали, що при збільшенні розмірів чім 16x16 для усіх типів перетворювань зменшення середнього квадрата помилки стає не значним, а труднощі реалізації різко збільшуються. Тому, практично зручним компромісом для широкої групи зображень є вибір робочих матриць розміром 8x8.

Література:

1. Ivanov, V.G., Lyubarskiy, M.G., Lomonosov, J.V. (2007). Cutting of content redundancy of images on the basis of classification of objects and background. *Journal of Automation and Information Sciences. Begel House Inc.*, 39 (5), 27-36.
2. Ivanov, V.G., Lyubarskiy, M.G., Lomonosov, J.V. (2009). Compression of Images on the Basis of Automatic and Indistinct Classification of Fragments. *Journal of Automation and Information Sciences. Begel House Inc.*, 41 (1), 27-39.
3. Гонсалес, Р., Вудс, Р. (2012). *Цифровая обработка изображений*. Техносфера, 1104.
4. Grady, L., Funka-Lea, G. (2004). Multi-label image segmentation for medical applications based on graph-theoretic electrical potentials. *In ECCV Workshops CVAMIA and MMBIA*, 230-245.

5. Ivanov, V.G., Lyubarskiy, M.G., Lomonosov, J.V. (2010). Compression of Text Image Based on Characters and Their Classification. *Journal of Automation and Information Sciences. Begel House Inc.*, 42 (11), 45-57.

References:

1. Ivanov, V.G., Lyubarskiy, M.G., Lomonosov, J.V. (2007). Cutting of content redundancy of images on the basis of classification of objects and background. *Journal of Automation and Information Sciences. Begel House Inc.*, 39 (5), 27-36. [in English].
2. Ivanov, V.G., Lyubarskiy, M.G., Lomonosov, J.V. (2009). Compression of Images on the Basis of Automatic and Indistinct Classification of Fragments. *Journal of Automation and Information Sciences. Begel House Inc.*, 41 (1), 27-39. [in English].
3. Gonsales, R., Vuds, R. (2012). *Cifrovaja obrabotka izobrazhenij. Tehnosfera*, 1104. [in Russian].
4. Grady, L., Funka-Lea, G. (2004). Multi-label image segmentation for medical applications based on graph-theoretic electrical potentials. *In ECCV Workshops CVAMIA and MMBIA*, 230-245. [in English].
5. Ivanov, V.G., Lyubarskiy, M.G., Lomonosov, J.V. (2010). Compression of Text Image Based on Characters and Their Classification. *Journal of Automation and Information Sciences. Begel House Inc.*, 42 (11), 45-57. [in English].